

# Apport des volumes de Fresnel en tomographie sismique

Sandrine SAGE<sup>1</sup> et Gilles GRANDJEAN<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>University of Liege, Belgium

<sup>2</sup>BRGM, Orléans, France

## Abstract

The tomography problem is solved by using Fresnel volumes as wave propagation entities. Instead of rays, we use Fresnel volumes for each source-receiver pair to indicate the volume in which the wave propagation occurs depending on the source frequency. Fresnel volumes are computed by using a Fast Marching Method. This method is faster than finite difference algorithms for an equivalent accuracy. A probabilistic Simultaneous Iterative Reconstruction Technique is finally implemented for inverting the velocity field. This method is tested on a numerical model and discussed in relation to previous works.

## Introduction

Les algorithmes classiques de tomographie sismique sont en général basés sur des techniques de tracé de rai, dans l'approximation d'une fréquence infinie. En conséquence, seul le milieu traversé par un rai a un impact sur la propagation. Ces techniques ont en outre des difficultés à prendre en compte les milieux hétérogènes ou fortement contrastés (Vidale, 1988). Dans ce cas en effet, il peut être coûteux de chercher le temps de trajet le plus court. En outre, des zones d'ombres peuvent apparaître et des caustiques ou des guides d'onde peuvent pénaliser le tracé de rai.

En tomographie de sub-surface, la théorie asymptotique atteint souvent ses limites à cause du rapport entre la fréquence du signal et la taille des objets à détecter : la propagation est affectée par les variations de vitesse contenues dans la zone de Fresnel située le long du trajet de l'onde. On définit cet espace comme contenant les trajets situés entre la source et un récepteur, pour lesquels les temps d'arrivées sont retardés d'une demi-période par rapport au temps le plus court. Ces temps de trajet sont calculés par résolution de l'équation Eikonale, à l'aide d'un schéma numérique.

Le choix de la méthode numérique et de l'algorithme de reconstruction détermine la qualité des résultats de la tomographie. Dans ce travail, les temps de trajet ont été obtenus en résolvant l'équation Eikonale au second ordre par FMM (Fast Marching Method - Cao *et al.*, 1997, Sethian *et al.*, 1999). Cette méthode, très rapide, calcule de façon monotone l'expansion d'un front d'onde dans le milieu. La méthode de reconstruction SIRT (Simultaneously Iterative Reconstruction Technique), a été choisie pour reconstruire le champ de vitesse. La

version proposée se fonde sur une approche probabiliste, tout en prenant en compte les volumes de Fresnel.

### Calcul des volumes de Fresnel

La FMM résout l'équation Eikonale à l'aide d'une grille numérique et calcule de proche en proche les temps de propagation, depuis la source vers ses quatre plus proches voisins. Ceux-ci représentent le front d'onde et sont stockés dans une pile. Le plus petit temps contenu dans la pile est repris comme point source, ce processus étant répété jusqu'à ce que tous les nœuds de la grille soient parcourus (Figure 1). Le calcul des temps de trajet nécessite de résoudre l'équation du premier ordre :

$$\max(D_{ijk}^{-xt}, 0)^2 + \min(D_{ijk}^{+xt}, 0)^2 + \max(D_{ijk}^{-yt}, 0)^2 + \min(D_{ijk}^{+yt}, 0)^2 + \max(D_{ijk}^{-zt}, 0)^2 + \min(D_{ijk}^{+zt}, 0)^2 = s_{ijk}^2$$

où  $D_{ijk}^{-xt}$  est l'opérateur de différenciation selon la direction  $-X$  à la cellule  $(i,j,k)$ . Le second ordre nécessite un opérateur agissant sur 3 points. La figure 2a permet de comparer les fronts d'onde obtenus par FMM et par différences finies (Zhao, 1996). Les volumes de Fresnel sont ensuite calculés selon Watanabe *et al.* (1999). Les figures 2b et 2c représentent les poids des volumes de Fresnel qui s'expriment comme des fonctions monotones et décroissantes avec le retard.

### Méthode de reconstruction

En s'inspirant du SIRT (Dines and Lytle, 1979), Watanabe *et al.* (1999) proposent l'équation de mise à jour du champ de vitesse suivante :

$$\frac{\Delta S_j^k}{S_j^{(k+1)}} = \frac{\sum_{i=1}^N [\omega_{ij} (T_i^{obs} - T_i^{calc}) / T_i^{obs}]}{\sum_{i=1}^N \omega_{ij}}$$

où  $i, j$  et  $k$  sont respectivement les données, le nœud de la grille et l'itération.  $S$  est la lenteur,  $T^{obs}$  et  $T^{calc}$  sont les temps de trajet observés et calculés.  $\omega$  représente le poids de Fresnel et  $N$  est le nombre de volumes pris en compte sur la cellule.

Dans cette formulation, les modifications de  $S_j^k$  sont permises même si les poids de Fresnel sont très faibles, ce qui génère des effets indésirables dans les cellules qui contribuent peu à la propagation. En outre, des valeurs de vitesse anormales sont générées aux sources et aux récepteurs.

Nous proposons donc ici un SIRT modifié basé sur un concept probabiliste. On considère que la correction de vitesse à appliquer à la cellule  $j$  ( $\Delta S_j^k$ ) est une variable aléatoire discrète. Un volume de Fresnel représente en quelque sorte la probabilité que la cellule  $j$  cause une différence de temps de trajet ( $T_i^{obs} - T_i^{calc}$ ). Si  $N$  volumes de Fresnel affectent la cellule, on exprime la lenteur corrigée par:

$$S_j^{k+1} = S_j^k \left( 1 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{T_i^{obs} - T_i^{calc}}{T_i^{calc}} \right) \frac{\omega_j}{\sum_j \omega_j} \right)$$

## Premiers tests et perspectives

Afin de résoudre l'équation Eikonale de façon rapide et précise, La FMM au second ordre a été implémentée et comparée positivement à la méthode des différences finies (Zhao, 1996). Une technique de SIRT modifiée basée sur une analyse probabiliste a été testée et comparée à la méthode proposée par Watanabe *et al.* (1999) sur 10 itérations. Le SIRT modifié donne des résultats plus stables – surtout au niveau des zones sources et récepteurs – et une délimitation plus fine de l'anomalie circulaire. En outre, l'interprétation du modèle est facilitée par la représentation en mode RGB $\alpha$ . Dans ce mode, RGB code la palette de couleur relative au champ de vitesse. Alpha code la somme normalisée des poids de Fresnel, et donc le degré de fiabilité du modèle de vitesse final.

## Références

- Cao S., Greenhalgh S. 1994. Finite-difference solution of the eikonal equation using an efficient, first-arrival, wavefront tracking scheme, *Geophysics*, 59, 4, 632-643
- Dines K.A., Lytle J. 1979. Computerized geophysical tomography, *Proceedings of the IEEE*, 67, 7, 1065-1073
- Sethian J., Popovici M. 1999. 3-D traveltimes computation using the fast marching method, *Geophysics*, 64, 2, 516-523.
- Vidale J., Finite-difference calculation of traveltimes, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 78, 6, 2062-2076.
- Watanabe T., Matsuoka T., Ashida Y. 1999. Seismic traveltimes tomography using Fresnel volume approach, Expanded Abstracts of 69th SEG Annual Meeting, SPRO12.5.
- Zhao P. 1996. An efficient computer program for wavefront calculation by the finite-difference method, *Computers & Geosciences*, 22, 3, 239-251.

## Figures

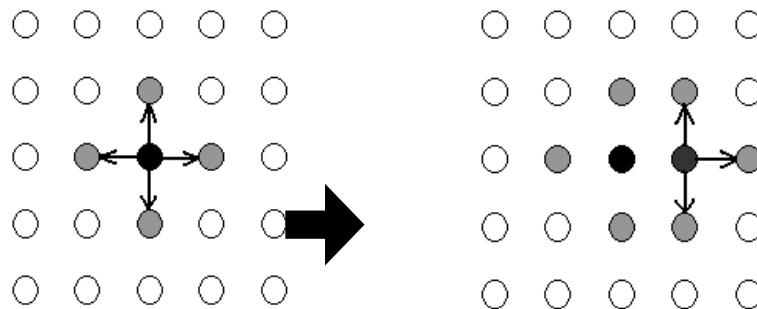


Figure 1 : Propagation d'un front d'onde (gris) par FMM

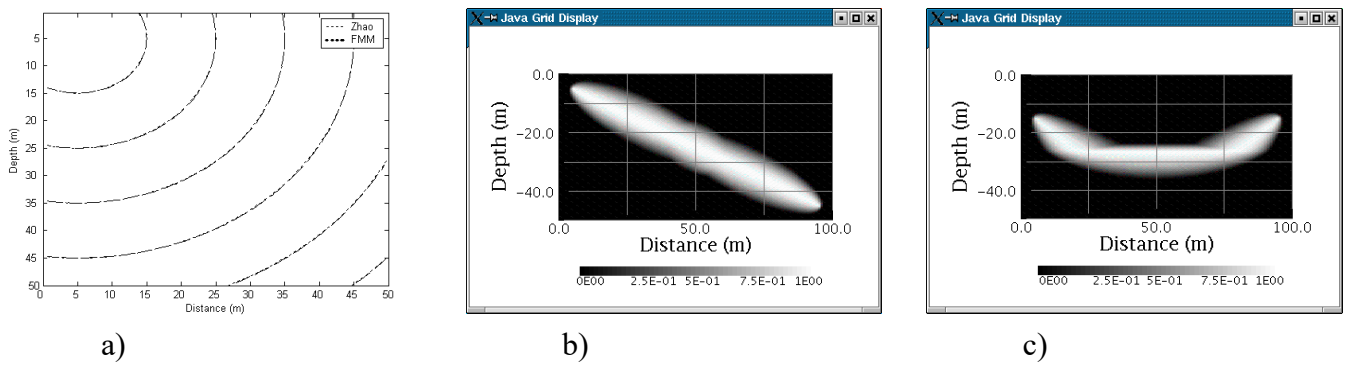


Figure 2 : a) Fronts d'onde obtenus par FMM et par Zhao *et al.* (1996) sur une grille de 50 x 50 m ( $V=2000$  m/s). La source est située à ( $x=5$  m,  $z=5$  m). b) Volume de Fresnel pour un encaissant de  $V=2000$  m/s et une anomalie de 20 m de diamètre ( $V_a=3000$  m/s) située au centre du modèle. La source est à ( $x=5$  m,  $z=5$  m), le récepteur est à ( $x=95$  m,  $z=45$  m). c) Volume de Fresnel pour un modèle stratifié à deux couches, ( $V_1=2000$  m/s,  $V_2=2500$  m/s). La source est à ( $x=5$  m,  $z=15$  m), le récepteur est à ( $x=95$  m,  $z=15$  m). Dans les cas b) et c) la fréquence est de 400 Hz.

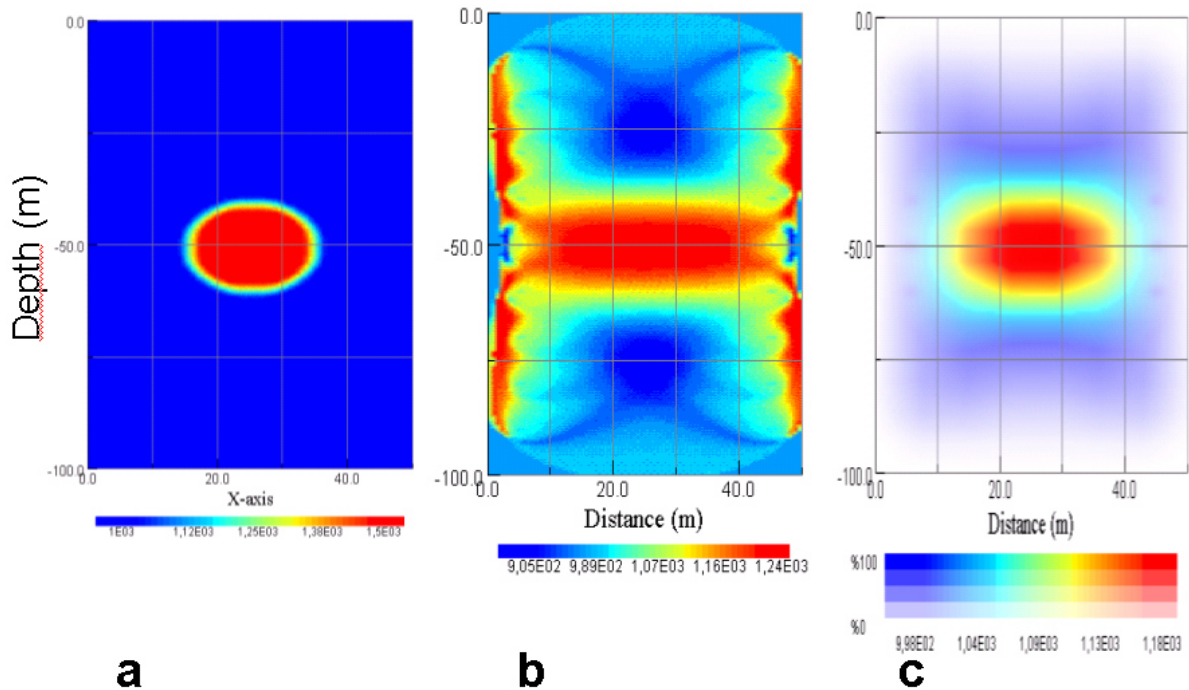


Figure 3 : Modèle de vitesse synthétique (a) modèle de vitesse reconstruit à 100 MHz après 10 itérations par b) Watanabe *et al.* (1999) et c) le SIRT modifié. La couleur indique la vitesse (m/s), la saturation est fonction de la moyenne des poids de Fresnel et indique donc la fiabilité du modèle sur une échelle variant de 0 à 100%